



TITLE:

建部賢弘の数学哲学 (数学史の研究
)

AUTHOR(S):

森本, 光生

CITATION:

森本, 光生. 建部賢弘の数学哲学 (数学史の研究). 数理解析研究所講究録
2011, 1739: 65-76

ISSUE DATE:

2011-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/170885>

RIGHT:

建部賢弘の数学哲学

四日市大学・関孝和数学研究所

上智大学名誉教授

森本光生 (Mitsuo Morimoto)

Seki Kowa Institute of Mathematics, Yokkaichi University

少し大げさなタイトルを付けてしまったが、建部賢弘の数学哲学形成の道筋を探るため、内閣本『綴術算経』、東大本『不休綴術』、狩野本『綴術算経』を比較してその差異を幾つか挙げることにする。この問題は筆者が和算研究を始めたきっかけであり、教材 [12] の作成として作業を始め、以来一貫して問題としてきた。建部賢弘の数学哲学の別の柱である『大成算経』巻之四「三要」について、当時は殆ど知らなかった。本稿では、建部の「綴術」の中にも「三要」の影響がいくつも見えることも指摘したい。

1. 内閣本、東大本、狩野本の章建ての比較

内閣本と東大本の章建ての比較は、『建部賢弘の数学』[11] 33 頁に、また、野中 [15]、84 頁には、内閣本、狩野本、東大本の章建ての比較表が載っている。鈴木[16]は、20 種の写本の比較を行っている。内閣本は將軍吉宗に献上したもので、他の「綴術」とは異なった章建てになっている。内閣本では、数学研究の対象が、法則、術理、員数と三つに区別されている。また、研究の方法が、理に拠るもの（理論的な考察に拠るもの）数に拠るもの（数値計算を行いその結果を観察して研究するもの）と二つに分類している。そして、数学研究の対象と方法の分類を例示するために、12 の術例を挙げると序文で述べている。

章の名前	章の目的	章末まとめ	章末コメント
T1. 探乗除法	拠理探法	7 丁裏、67-68	8 丁表、69-78
T2. 探立元法	拠理探法	13 丁表、61-67	無
T3. 探約分法	拠数探法	15 丁裏、27	無
T4. 探招差法	拠数探法	19 丁裏、73-76	20 丁表、77-89
T5. 探織工重互換術	拠理探術	22 丁表、21-22	無
T6. 探直堡求極積術	拠理探術	24 丁表、37-42	24 丁裏、43-50
T7. 探算脱術	拠数探術	27 丁表、38-40	無
T8. 探求球面積術	拠数探術	30 丁裏、48-53	無
T9. 探碎抹数	拠理探数	33 丁裏、24-25	無
T10. 探開平方数	拠理探数	35 丁裏、30-31	無
T11. 探円数	拠数探数	40 丁裏、74-77	無
T12. 探弧数	拠数探数	55 丁表、72-75	無

また、上の一覧表のように、内閣本の各章末尾には「右」という文字から始まる「章末まとめ」が置かれ、なぜこの章をこのように分類するかという理由が述べられている。第1章、第4章、第6章には、「章末まとめ」の後にさらに「章末コメント」が付いている。

立元と開平方は内閣本と東大本の双方にあるが、その順番は異なっている。数学的にも、歴史的にも、東大本にあるように開平方が先に来る方が良い。立元で、いわゆる天元術の説明をするときに、開平方の知識を前提としているからである。

一方、東大本では、12の術例に挙げるとしているが、内閣本のような分類はなされていない。狩野本は、『綴術算経』と名付けられているが、その章建ては東大本に類似しているものの、10例しか挙げられていない。狩野本の第1章の名前は、「探因乗帰徐之法第一」となっているが、因乗の例はなく、帰徐の例のみが書かれているので、東大本のうち狩野本で欠けているのは、冒頭の(1)因乗と、最後の(12)碎抹である。逆にいえば、狩野本の冒頭に因乗を、最後に碎抹を、そして付録を付け加えると東大本になると言える。

2. 序文の比較

三本の序文を並べて比べてみよう。

内閣本	東大本	狩野本
綴術算経自序	不休建部先生綴術	綴術算経
1. 綴術は綴りて探り索めて術理を会し得る著也。	1. 綴術は綴りて術理を探り会する者也。	1. 綴術は、綴りて術理を探り会する者也。
2. 凡そ探索の方、理に抛る者有り、		
3. 又、数に抛る者有り。		
4. 探る事一件にして術理を会せざれば二件にして探る。	2. 凡そ物数一件にして術理を会せざれば二件にして探る。	2. 凡そ物数一件にして、術理を会せざれば二件にして探る。
5. 二件にして会せざれば三件にして探る。	3. 二件にして会せざれば三件にして探る。	3. 二件にして会せざれば、三件にして探る。
6. 若し術理深く潜伏（かくれかくる）すとも探る事を数般（あまたたび）にする時は、熟する期到りて、竟に探り会せざると云う事なし。	4. 若し術理深く潜伏すとも探ることを数般にするとき、熟する期至りて、竟に探り会せざるといふことなし。	4. 若し術理深く潜伏すとも探ることを、数般にするとき、熟する期到りて、竟に探り会せざるといふことなし。
7. 然るに其の潜伏する者と雖も一旦にして即ち探り得る有り。	5. 然るに其の潜伏する者と雖も、一旦にして即ち探り得ること有り。	5. 然るに其の潜伏する者と雖も、一旦にして即ち探り得ること有り。

8. 又、簡易なる者と雖も、 數般にして徐く探り得る 有り。	6. 又、簡易なる者と雖も、 數般にして徐く探り得るこ と有り。	6. 又、簡易なる者と雖も、 數般にして徐く探り得るこ と有り。
9. 蓋し人質純粹なる者有る 事無し。 10. 稟に敏魯（とき、お ろか）有りて、共に皆常なる 事能ず。	7. 蓋し、人、質の稟受到敏 あり魯あり、共に皆常なるこ と能ず。	7. 蓋し、人、質の稟受到敏 あり魯あり、共に皆常なるこ と能ず。
11. 是を以て時として屈伸 有りて、伸るときは通じ、屈 るときは滯おる。	8. 是を以て時として屈伸 有りて、伸るときは通じ、屈 するときは滯る。	8. 是を以て時として屈伸 有りて、伸るときは通じ、屈 するときは滯る。
12. 故に会するに遲速洩利 （おそき、はやき、しぶる、 とき）の異（ことなること） を為す耳。	9. 故に会するに遲速洩利の 異を為せり。	9. 故に会するに遲速洩利の 異を為せり。
	10. 其の探索するの法は、 大率截抹（きりくだき）削片 （けずりへぎ）して数を求 め、満極干尽の際に於いて、 或いは増長し、或いは損消 し、類数を設為して是に比量 し、其の消息の機に尋ねて自 然に抛りどころ有ることを 探り得、其の抛りどころに就 いて千變万化にして法術を 成すなり。	10. 其の探索するの法は、大 率截抹削片して数を求め、満 極干尽の際に於いて、或いは 増長し、或いは損消し、其の 消息の機に尋ねて自然に抛 りどころ有ることを会し、其 の抛りどころに就いて千變 万化にして、法術を探り成 す。
	11. 然れども亦、抛りどころ を俟たず忽然として会する こと有り。 12. 凡そ抛りどころを得るに もあれ、得ざるにもあれ、徹 し会するの処は思議すべか らず。 13. 其の玄妙敢て説解すべき 所に非ず。	11. 然るに亦、其の抛りどこ ろ無き所に於いて、測らず忽 然として探り会すること有 る者、微妙にして敢えて説解 すべき所にあらず。
13. 夫れ、算は法則を立て、	14. 夫れ、算は法則を立て、	12. 夫れ、算は法則を立て、

術理を究め、員数を計るを以て事とす。	術理を究め、員数を量るを以て事とす。	術理を究め、員数を量るを以て事とす。
14. 其の事たる也、理を察にして術を施し、術に依りて数を得る者は順也。	15. 其の事たるや理を察にして術を施し、術に依って数を得る者は、順にして経術なり。	13. 其の事たるや理を察にして術を施し、術に依って数を得る者は、順にして経術なり。
15. 数に従いて術を譲り、術に憑りて理を索むる者は逆也。	16. 数に従いて術を探り、術に憑きて理を索むる者は、逆にして緯術なり。	14. 数に従いて術を探り、術に憑きて理を索むる者は、逆にして緯術なり。
16. 其の順逆皆綴術に貫せり。	17. 其の順逆皆綴術に貫せり。	15. 其の順逆皆綴術に貫せり。
17. 故に探りて法則を立つべく、探りて術理を察にすべく、探りて員数を計るべし。	18. 故に探りて法則を立つべく、探りて術理を察にすべく、探りて員数を量るべし。	16. 故に探りて法則を立つべく、探りて術理を察にすべく、探りて員数を量るべし。
18. 仍りて、法・術・数の三等を立て数・理の抛りどころを別ち、一十二条の術例を挙げて探索の大意を述べ綴術の証とす。	19. 仍りて十二條の術例を挙げて探索の大意を述べ、綴術の証とす。	17. 仍りて一十條の術例を挙げて探索の大意を述べ、綴術の証とす。
19. 且、筭、生得質分の偏駁は自然にして實に變ずべからざる事を説いて此の書を為れる所以を著す。		
20. 隋史を按ずるに、祖冲之の著わす所の書、名づけて綴術と為す。	20. 隋史を按ずるに、祖冲之の著わす所の書、名づけて綴術と為す。	20. 隋史を按ずるに、祖冲之の著わす所の書、名づけて綴術と為す。
21. 学官能く其の深奥を究むること莫し。	21. 学官能く其の深奥を究むること莫し。	21. 学官能く其の深奥を究むること莫し。
22. 是の故に廢して理めずと云えり。	22. 是故に、廢して理めずと言えり。	22. 是故に、廢して理めずと言えり。
23. 吾、適に彼の綴の一字を採り用るに到りて熟思うに冲之は是上古の達人と謂うべし。	23. 近歳、吾、適に彼の綴の一字を觀て、豁然として其の旨を会し得たり。嗚呼、冲之は絶代の達人乎。	23. 近歳、吾、適に彼の綴の一字を觀て、豁然として其の旨を会し得たり。嗚呼、冲之は絶代の達人乎。
24. 蓋し其の玄妙の眞実は聴いて識るべからず、思うて	24. 宣なる哉、其の玄妙の眞理、学びて識るべからず。力	24. 宣なる哉、其の玄妙の眞理、学びて識るべからず。力

得 ^う べからざる者 ^{もの} 乎。	めて得べからざる耳。	めて得べからざる <u>こと</u> 。
	25. 学ぶ者は自己の本質を識り尽して後、智を役し、神を究して、幽として徹悟すべしと言う爾。	25. 学ぶ者は自己の本質を識り尽して後、智を役し、神を究して、幽として徹悟すべしと言う爾。
25. 享保七。歳次壬寅孟春七日。	26. 時は享保七年。歳次壬寅徐月上弦日。	26. 時は享保七歳次壬寅徐月上弦日。
26. 武陽 江城 ^{ろうきし} 陋 ^{ろう} 著 ^し 士 (いやしき、としより、さぶらい) 不休書。	27. 武陽 江城 陋士不休 誌す。	27. 武陽 江城 陋士不休 誌す。

ここでは、原文の漢字交じり片仮名文（一部、漢文）の縦書きを、漢字交じりの平仮名文の横書きとした。下線部は漢文であるが、読み下し、漢字は当用漢字にし、仮名遣いは現代式に直した。このような改変だけで、原文はそのまま現代人に読めるようになる。振り仮名は原文にあるものを尊重したが、一部送り仮名に回っている。一見して分かることは、狩野本には振り仮名がなく、東大本には若干あるにすぎない。しかしながら、内閣本には、総ルビに近いほどの振り仮名が施されている。この振り仮名の傾向は、本文中でも同様で、内閣本の振り仮名の多さには目を見張る。これは、学者ではない將軍吉宗が良く読めるようにとの配慮なのであろう。一部の漢字には振り仮名のほかに左傍訓が付けられており、上の対照表ではカッコ書きで付けくわえておいた。全巻の対照表を作成したが、ページ数に限りがあるので、序文のみをここに掲載した。

東大本 15、16 節（狩野本 13、14 節）には、経術と緯術という言葉があるが、内閣本では削除されており、本文のどこにもない。経糸と横糸から織物ができるように、「経術と緯術が合わさって、綴術になる」というのが、建部賢弘の「綴術」の出発点だったのだと考える。その後、探法、探術、探数という三目的、拠理、拠数という二方法が織りなして「綴術」をなすのだと建部賢弘の思考は進化していったのであろう。

建部賢弘の数学哲学を代表する『大成算経』第四卷三要でも、数学問題の分類（象と形）、問題内のパラメータの状態の分類（満と干）、問題内での数の分類（静と動）、数の種類の分類などと、彼は分類にこれ努めている。建部賢弘は分類マニアであったと言っても過言であるまい。「綴術」は何かと考えた時、建部賢弘が行きついた所は、内閣本にあるような分類であったのだと筆者は考えている。

3. 成立の順序

序文の日付は、内閣本では「享保 7 年（1722）歳次壬寅孟春七日」とあり、孟春は陰暦正月の異称である。（日本歴史大辞典、広辞苑）一方、東大本及び狩野本には「徐月上弦日」とあるが、「徐月」という記載は、広辞苑、日本国語大辞典、漢字典、諸橋・大漢和辞典な

どの辞書には見当たらない。日本歴史大辞典（2001、小学館）第4巻所載の「月の異名表」には、涂月（とげつ）、除月（じょげつ）が陰暦12月とされている。一般には、徐月を、如月（きさらぎ）（陰暦2月）と理解している。（例えば、和算史年表（2002）[増補版（2006）]）（真島氏より、研究集会の席上で、「徐月は陰暦12月」と、ウェブには載っているとの指摘があった。「歴史館」というウェブサイトの四季月異名のリストに、その記載を確認したが、その根拠は不明である。）私は、徐月は除月のことで陰暦12月と思う。

考慮しなければならないことは、内閣本と東大本には付録が付いており、内閣本の付録には、乙巳夏至十三日と日付があるが、東大本には日付がない。乙巳は、序文の日付の3年後の享保10年（1725）に当たる。内閣本は、本文および付録が同一の字体で清書され、綴じあわされている。内閣本の完成は1722年ではなく、1725年としなくてはならない。

成立の順序については、小松[7]と[8]、小川[10]、鈴木[16]で、既に論ぜられており、付け加えることのできることは「想像」の域をでない。あえて、想像をたくましくすると、次のような経過ではなかったであろうか。

享保7年以前			弧率の再計算と、弧率無限級数展開式の発見。
享保7年（1722）	壬寅	孟春七日	内閣本の序文の日付。
		正月十三日	弧率無限級数展開式の係数の乗除率の発見。（弧背截約集）
		徐月上弦日 （二月または十二月）	円周率の再計算、弧率の70桁計算の記録の後、狩野本の原本（10章本）が成立。 狩野本の第1章を分割して2章とし、更に、最終章（碎抹）と付録を付け加え、東大本が成立。
享保8, 9年			内閣本の構想が決まり、12例の見直しをする。 「薬種」は割愛し、東大本で分離した「因乗」と「帰除」を元に戻し狩野本のように「因乗帰徐」とし、「約分」、「直堡」を追加。十二の術例は、探理、探術、探数と三つの目的と、抛理、抛数と二つの方法に従って配列しなおす。
享保10年（1725）	乙巳	夏至十三日	内閣本の完成、将軍への献上。

上で、弧率無限級数展開式と言ったのは、内閣本45丁裏から46丁表にかけて書かれている逆三角関数の「テイラー展開」の公式のことである。横塚氏の発見した『弧背截約集』（影印は「数学史研究」通巻184, 185, 186に掲載されている）の中巻に、「右の術を以て平纂を求むるに碎抹の法を用いず、直ちに真数を得ること掌を指すが如し。弧背造化の数を得たりと謂うべし。享保七年壬寅正月十三日忽然として会し得たり。嗚呼、誰在りてか此の妙を語らん。賢明、世に在さば甚だ称美したまわんことを。」（現代かなづかい、平仮名文に修正）と記載され、横塚[5]は、正月13日に無限級数展開式を発見したと解釈している。然し、内閣本、東大本、狩野本のいずれも、碎抹の方法で、数値例から無限級数

展開式を求めたことを示している。もちろん、乗除率の $1/3$, $8/15$, $9/14$, \dots という数値も展開式と同時に発見した。筆者は、正月 13 日に忽然と発見したのは、乗除率を生成する単純な規則（内閣本 47 丁表の数表）であると考ええる。乗除率のこの生成規則により、碎抹の法を用いることなく、弧率が求められるようになったのである。これは、建部賢弘が「綴術」と呼んだ数学研究方法の見事な実例である。

乗除率の数表が、『弧背截約集』では 20 差まで、狩野本と東大本では 15 差まで、内閣本では 10 差までが記載されているのも、この推理を裏付けると思う。発見の当初は、生成規則を記述する言語が無いため、なるべくたくさん（20 差まで）計算したが、『弧背截約集』所載の「逐差約段数」の数表が 16 差以下が空欄になっているように、当時の計算精度からいって 16 差以上は不必要として、狩野本と東大本では割愛したのであろう。また、内閣本を整理するときに至っては、乗除率の生成規則を示すためには、10 差までの例で十分であると判断し、11 差以下を割愛したのであろう。順序は逆ではありえない。

内閣本の序文の日付に関しては、横塚氏は「もともと序文を記した『徐月上弦日』を七草の節句というおめでたい日である『孟春七日』に変更してしまった。」と述べて、内閣本の成立が最後との説を取っている（[4]、[5]参照）が、可能性は高く、支持したい。

真島 [13] は、関の円周率計算に関する記述から、内閣本が初めに成立して、その後、東大本が成立したと述べている。すなわち、内閣本 37 丁表に、「始め関氏増約の術を以て定周を求むることを理解して一遍にして止む。故に、13 万 1072 角に到る截周を求めて 15, 6 位の真数を究め得たり」と記されている。対応する東大本では、「15, 6 位の」が「20 許位の」となっている。『括要算法』には、3. 14159265359 微弱と 12 桁が与えられているにすぎないが、関孝和の計算で小数第 18 位（19 桁）の円周率の値が求まる。真島 [13] は、享保 7 年 1 月 7 日と 2 月 8 日（徐月を如月と解釈）の「約 1 か月の間に、関孝和の計算の検算を行ったと考えられる」として、序の年月の順に成立したと主張している。しかし、内閣本では歴史的な事実を重視して、20 許位を 15, 6 位に戻したとも考えられる。

私は、狩野本を増訂して東大本が成立した後に、整理整頓して内閣本が成立したのではないかと考えている。手が入り過ぎ精彩を欠いてしまったことが恨まれる。

東大本の立元第五には、次のような割注がある。「立元の術は何れの代に始まることを知らず。元の至元年中に郭守敬が授時暦を脩むるに始めて此の術を用う。其の後、大徳年中に制する所の算学啓蒙に具に其の術を説解せり。疑うらくは西域より伝わる所歟。」これは、内閣本の立元第二では、下線部を除いては章の冒頭に置かれている。これは、章の構成を考えた時、割注を本文に直したのもので、逆ではないであろう。更に興味深いのは、狩野本の立元第四は、東大本と殆ど平行している。下線部は、狩野本を増訂した時に書き加えた個所である。鈴木 [17] はこの下線部に関して色々論じているが、元代に成立した天元術が西洋より中国に伝わった可能性を言及した以上に、これを深読みする必要がないと私は思う。建部賢弘がオランダ人に面会した可能性も指摘されているが、時代的に天元術の成立に西洋の影響がありえないことに気付き、内閣本で本文に直したときに、建部賢弘

はこの下線部を削除してしまった。

また、東大本の立元第五（狩野本の立元第四）の「凡そ、初学者の立元の術に入るには、一には階級の所分、二には数物の真偽、三には正負加減の化、四には常の技を用うるの消息を察し得て学びは速に其の理を会すべきのみ。」なる個所も、内閣本では削除されている。内閣本の想定読者が、將軍吉宗であるとする、読者を初学者と決めつけるような文章は不適切だと思ったのではないだろうか。

以上のような異同は、「狩野本→東大本→内閣本」という成立順序の作業仮設の傍証と考えられよう。

4. 隋書の引用

内閣本には「隋」が3か所がある。東大本、狩野本も同様である。すなわち、1. 内閣本 2丁裏 20節（東大本 2丁表） 隋史、2. 内閣本 40丁表 63節（東大本 28丁裏） 隋書、3. 内閣本 40丁裏 72節（東大本 29丁表） 隋志。『隋書』と『隋史』は同じもので、『隋志』は、『隋書』律曆志を意味する。『隋書』の簡体字テキストはウェブで見つけることができた。律曆は上中下の三つの部分からなり、該当の箇所は、律曆上の始めの部分に有る。

古之九数，圆周率三，圆径率一，其术疏舛。自刘歆、张衡、刘徽、王蕃、皮延宗之徒，各设新率，未臻折衷。宋末，南徐州从事史祖冲之，更开密法，以圆径一亿为一丈，圆周盈数三丈一尺四寸一分五厘九毫二秒七忽，朒数三丈一尺四寸一分五厘九毫二秒六忽，正数在盈朒二限之间。密率，圆径一百一十三，圆周三百五十五。约率，圆径七，周二十二。又设开差幂，开差立，兼以正圆参之。指要精密，算氏之最者也。所著之书，名为《缀术》，学官莫能究其深奥，是故废而不理。

第一の下線部は、円数の章で、第二の下線部は序文で引用されている。では、二つの引用箇所の間の二文はどうして引用しなかったのであろうか。

「又设开差幂，开差立，兼以正圆参之。」の意味は、円周を近似する数列を考察するとき、第1階差数列、第二階差数列を考察するという意味であろう。これは祖冲之の「綴術」の数学的内容を示すヒントである。建部賢弘は、この内容を理解できなかったはずはないので、自分の考える「経術」「緯術」をあわせた「綴術」という考え方を曖昧にすると感じて引用しなかったのではないだろうか。

「指要精密，算氏之最者也。」は、「その計算は精密で、[祖冲之は]数学者として第一人者である」との意味であろう。

『建部賢弘の数学』[11]、118頁に、「建部賢弘は、『綴術算経』で『隋書』を引用して、「祖冲之と関孝和は、国を異にして時も違うのに、真理を理会することはまったく同じである。素晴らしいことだ」なる記述がある。該当箇所は、次のとおりである。

『綴術算経』円数を探る第十一	『不休綴術』円数を探る第十
嘗、関氏円を碎抹して定周を求め、零約の術	昔時、関氏円を碎抹して定周を求め、零約の

を以て <u>徑周の率を造れり。</u>	<u>術に依て徑周の率を造れり。</u>
爾しより後 <u>二十余年</u> を歴て <u>隋志を觀るに、周数・率数咸く邂逅に符合する者有り。</u>	<u>二十余年の後にして始て隋志を觀るに、周数・率数咸く符号せり。</u>
咨、祖子也 <u>関子也。</u> 邦を異にし時を殊にすと雖も、 <u>真理に会すること相同じ。可謂妙なりと。</u>	嗚呼、邦を異にし時を異にすと雖も、 <u>真数に会するときは相同じ。可謂妙なりと。</u>

時間的経緯を見ると、元禄年間 1695 年頃、関孝和が累約術による円周率の計算を行った。建部の累裁累約術による円周率計算も此の頃ではないだろうか。（幻の『算法大成』も此の頃成立している。）それから 20 数年経過して、建部賢弘は、1720 年頃、初めて隋書を見た。そして、1722 年に『綴術算経』が成立しているのである。

内閣本と東大本の異同を此の個所で確認してみよう。下線部が同一である。異なる部分を見ると、「昔時」が「嘗」に、「妙」が「妙」に置き換わるなど、より難しい漢字が使われたり、二度目の「異」は「殊」と置き換えるとかの工夫がみられる。（中国の学者は、「妙」と「妙」は同じ漢字であると言って、このような漢字の書き換えを重要視しないが、日本人である建部賢弘にとっては、漢字の書き換えには一定の思い入れがあったと考えられる。）「咨、祖子也関子也。」などは、祖沖之と関孝和を並立することにより、師を顕彰しようとする著者の意図が読み取れる。これらのことから『不休綴術』を編集して『綴術算経』が作られたというのは云いすぎであろうか。

5. 「綴術」について

「綴術」という言葉は色々な思いを込められて、色々な意味に使われている。ここでは、私見を交えながら、整理しておこう。

A. 祖沖之の「綴術」。隋書が記すように、「綴術」は、失伝しまった祖沖之の著書の名前である。その内容は、「又设开差幕，开差立，兼以正圆参之」なる『隋書』の文言（李淳風による）が示しているであろう。

B. 建部賢弘の「綴術」（その 1）。東大本で開陳されているように、数学の研究方法に順法と逆法の二つあり、順とは、理から出発して術を設け、その術によって目的の数値を求める方向であり、逆とは、求めるべき数値をまず計算して求め、その解析により、術を立て、背後にある理を見抜くことである。順法と逆法はそれぞれ単独にあるのではなく、互いに絡み合っている。順法で理から術を経由して数値を求められれば、その数値をよく観察して更に効果的な術を編み出し、その術の背後にある理を更に深く理解することができる。また、数値例より出発して、逆法で理に達したとすれば、その理によって術を改良し、更により数値を求めることができる。このように順法と逆法は、補完するのである。建部は、順法を経術、逆法を緯術とのべ、その組み合わせることが「綴」なのだと理解した。

C. 建部賢弘の「綴術」（その 2）。内閣本で開陳されている考えである。順法は理に拠る

もの、逆法は数に拠るものと言いつつ直している。その他に、数学で求むべきものを「法」、「術」、「数」の三つの種類に分類し、拠る所の「理」と「数」の二つの区分とあわせて、術例を六つの種類に分類することができ、これら六つが綴り合わさって数学研究がなされるとした。そのどれも同じように重要だということで、どれも二例ずつ用意して、内閣本は構成されている。「三要」では、数学問題の素材を、象と形に分け、象は□象と□象に細分し¹、形は平形と立形に分けた。しかし、この考えは『綴術算経』には見当たらない。「綴術」では、問題解決の方法「術理」が考察の対象であり、問題の扱う素材は考察の周辺にあるにすぎないからである。

D. 後期和算の「綴術」。建部賢弘の後は、いわゆる「無限級数の方法」で円理を研究することを意味するようになった。しかし、これは建部賢弘が「綴術」と名付けたものとは全く違う。

6. 自質の説は、『綴術算経』だけか

内閣本にのみ同率して、「自質の説」なる章があるが、その内容の大半は東大本にも狩野本にもある。すなわち、東大本の最終章碎抹第十二の最終パラグラフ、狩野本の最終章弧数第十の最終パラグラフである。内閣本は十分に加筆整理されているので、内閣本が最終版であることの傍証である。「自質の説」については、小川氏の論説と現代語訳 [9] があるので、ここではこれに止めておく。

7. 大成算経の引用

『大成算経』（全 20 巻）は、建部賢弘、関孝和、建部賢明の三名による著作で、1683 年に編集を開始し、1711 年に建部賢明の手にかかって完成した。編集は 28 年間の長きにわたったが、元禄の中ごろ(1696 頃)中間段階の『算法大成』（全 12 巻）が完成されたと伝わっている（『明治前日本数学史』[14]、第 2 巻）。『綴術算経』が漢字交じり片仮名文で書かれて啓蒙的な書物であるのに対し、『大成算経』は漢文で書かれており、専門家を対象とした書物である。その構成は次の通りで、1 から 3 巻が前集、4 から 15 巻が中集、15 から 20 巻までが後集と呼ばれている。

首篇	用語など
1 から 3 巻	代数的準備
4 巻	三要
5 から 9 巻	象法（算術、代数的、解析的な問題）
10 から 15 巻	形法（幾何学的な問題）
16 から 20 巻	方程式論、終結式

『算法大成』（12 巻）は現存していない。これを初めの 12 巻とする説（例えば、『建部

¹ □は欠字。小松彦三郎は、抽象、表象と読む。文政年間に成立した和算書『自然算法』では、虚象、実象と読んでいることを小川東より教示された。

賢弘の数学』[11] 27 頁の記述)は頷けない。むしろ、いわゆる中集(巻4から巻15まで)の12巻に相当するものと理解すべきであろう。というのは、第4巻「三要」で、数学の問題を「象」と「形」と分類しており、内容からいって、「三要」を冒頭に置くのが自然だからである。「三要」の構成は次のようになっている。

1.	象と形	数学的対象(すなわち数学の問題)の分類
2.	満干	問題で与えられたパラメータの増減
3.	数	問題内の数、数の分類

「三要」は、『明治前日本数学史』[14]において藤原松三郎によって「数学的に意味がない」と決めつけられてから、日本人の学者による研究は出なかった。その重要性を指摘したのは、2002年の徐沢林の論文[6]が初めてで、その後、日本人学者の間でも「三要」に対する関心が高まった。『綴術算経』と『大成算経』の関係については、小松[7]で既に指摘されている。

東大本と狩野本の序文には「満極干尽の際に於いて」という言葉出てくるが、これが内閣本の序文では削除され、招差の法第四の「章末コメント」に移動している。「満極干尽」は、パラメータの増加状態(満)と減少状態(干)について記述した三要の第二節満干からの引用である。このことは、小松[7]ではすでに言及されていることではあるが、その重要性を筆者が認識したのはごく最近のことである。

内閣本と東大本の付録には、「三斜の差各一、整中股の数」という中根元圭の結果が、彼に対する賛辞と共に述べられている。ここで三斜とは三角形のことで、三辺の長さを大きい順に a, b, c としたとき、 $a=b+1$, $b=c+1$ という関係があるとする。このとき最大辺 a に対応する頂点 A より下ろした垂線を中股という。問題は中股が「整になる」ような三辺を求めよというものである。「整になる」というのは、文脈から「有理数になる」という意味であるが、言葉の由来が分からなかった。

「三要」の第三節に数の分類があり、数が「整数」(有窮の数)と「不尽数」(無窮の数)に大分類されている。これは現代数学の言葉で言うと、有理数と無理数の分類のことである。付録の「整」という言葉は、三要に由来しているのである。

東大本の付録よりも内閣本の付録の法が整理されており、また、中股の公式も書き足されている。建部賢弘は、中根元圭を将軍吉宗に推挙しているが、内閣本の付録は、建部の強力な推薦状であると理解できる。(鈴木[16]に詳しい。)

8. 最後に

以上、綴術算経の英訳[2]を脱稿した機会に、今疑問に思っていることをまとめてみた。筆者は、以前より英文で建部賢弘の業績を紹介したいと考え、建部賢弘著作の翻訳[3]を試み、また、逆三角関数の無限級数展開の解説記事[1]を書いたりした。今回の英訳も、その努力の一環である。

文献目録

- [1] Morimoto, M., & Ogawa, T. (2007). The Mathematics of Takebe Katahiro, His three formulas on an inverse trigonometric function. *Sugaku Expositions*, 20, 237-252.
- [2] TakebeKatahiro. (投稿中). Mathematical Treatise on the Technique of Linkage (in English), translated by Morimoto Mitsuo and Ogawa Tsukane with commentary and a copy of the manuscript conserved at the National Archives. submitted to SCIAMUS.
- [3] Takenouchi, O., & Morimoto, M. (2004). *Selected Mathematical Works of Takebe Katahiro, translated and commented*. Wasan Institute.
- [4] 横塚啓之. (2006). 建部賢弘の著と考えられる『弧背截約集』と『弧背率』・『弧背術』の関係. 数理解析研究所講究録, 1513, 144-151.
- [5] 横塚啓之. (2004). 建部賢弘の著と考えられる『弧背截約集』について. 数学史研究, 通巻 182 号, 1-39. 「建部賢弘の著と考えられる『弧背截約集』について」への補遺・修正, 数学史研究, 通巻 182 号, 85-87.
- [6] 徐沢林. (2010). 建部賢弘の数学認識論——『大成算経』の「三要」を論ず（日本語訳：森本光生）. 数学史研究, 通巻 206 号, 30-47. 原論文は中国語で「自然科学史研究」第 21 巻第 3 期(2002 年)に出版.
- [7] 小松彦三郎. (2004). 綴術算経の異本と成立の順序補遺. 数理科学研究所講究録, 1392, 69-70.
- [8] 小松彦三郎. (2000). 綴立算経の異本の成立の順序. 数理解析研究所講究録, 229-244.
- [9] 小川東. (2007). 『綴術算経』の「自質説」について—現代語訳の試み—. 1546, 163-170.
- [10] 小川東. (2004). 狩野本『綴術算経』について. 数理解析研究所講究録, 1392, 60-68.
- [11] 小川東, 佐藤健一, 竹之内脩, 森本光生. (2008). 建部賢弘の数学. 文京区: 共立出版.
- [12] 森本光生. (1999). 綴術算経と不休綴術. 東京: 国際基督教大学 教養学部.
- [13] 真島秀行. (2009). 関孝和の円周率の計算についての注意. 数理解析研究所, 1625, 192-198.
- [14] 日本学士院. (1954). 明治前日本数学史 (第 5 刷, 1983). (日本科学史刊行会編) 千代田区: 岩波書店.
- [15] 野中雄一. (2010). 建部賢弘『綴術算経』における数学思想. 数理解析研究所講究録, 1677, 83-92
- [16] 鈴木武雄. (2005). 建部賢弘 (著)『綴術算経』と『不休綴術』の成立. 数学教育研究, 大阪教育大学数学教室
- [17] 鈴木武雄. (2007). 疑ラクハ西域ヨリ傳ル所歟《建部賢弘の思惑と真相》. 数学教育研究, 大阪教育大学数学教室